2015학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : (   )　　　**성 명 : (   )**

제1차 시험	3 교시 전공B	6문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

서술형 【1 ~ 4】

1. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 중학교 수와 연산 영역 <교수・학습상의 유의점>에 '유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 다루지 않는다'고 명시되어 있다. 이 유의점이 명시되어 있는 이유를 구체적인 사례와 함께 쓰시오. 또, <보기>와 같이 순환소수를 분수로 고치는 학습 내용을 지도할 때, 유의해야 할 점을 교육과정에 근거하여 서술하시오. [5점]

<보 기>

순환소수 $0.\dot{7}$을 분수로 나타내어 보자.

$0.\dot{7}$을 x라고 하면

$$x = 0.7777\cdots \qquad \cdots\cdots ①$$

이고, ①의 양변에 10을 곱하면

$$10x = 7.7777\cdots \qquad \cdots\cdots ②$$

이다. 이때 ①과 ②의 소수 부분이 같으므로 ②에서 ①을 변끼리 빼면 $9x = 7$이다.

$$\begin{array}{rr} & 10x = 7.7777\cdots \\ -) & x = 0.7777\cdots \\ \hline & 9x = 7 \end{array}$$

따라서 $x = \dfrac{7}{9}$이다.

즉, $0.\dot{7} = \dfrac{7}{9}$임을 알 수 있다.

2. 프로이덴탈(H. Freudenthal)은 교실 수업을 위한 사고실험(thought-experiment)을 그의 교수・학습 이론에서 제안하고 있다. 다음은 사고실험에 대해 두 교사가 나눈 가상 대화의 일부이다.

최 교사 : 사고실험이 중요하다고 하는데, 정말인가요?

김 교사 : 그럼요. 다음 수업 시간에 가르칠 학습 내용을 1가지만 말씀해 주세요.

최 교사 : 네, 삼각함수의 덧셈정리 중에서 $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$ 임을 증명하는 문제가 있어요. 교과서에서는 좌표평면에서 점의 좌표를 이용하여 증명하고 있어요.

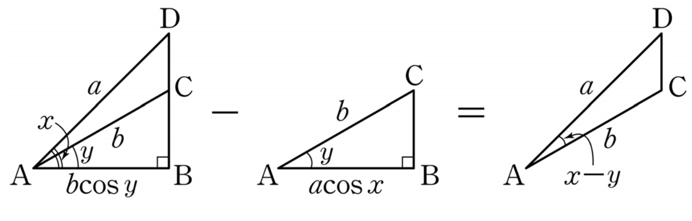
김 교사 : 예전에 이 문제를 지도하면서 수업 시간에 겪은 어려움 중에 기억나는 것이 있나요?

최 교사 : 학생들에게 적절한 질문을 하지 못했고, 예상하지 못한 학생들의 궁금증에 충분한 답을 주지도 못했어요. 예를 들어, 한 학생이 좌표를 이용하지 않고도 삼각함수의 덧셈정리를 증명할 수 있는지 질문하였을 때, 제가 좀 망설였던 것 같아요.

김 교사 : 그렇습니다. 학생의 눈높이에 맞는 수학 수업을 위해서는 수업에 앞서 철저한 준비가 필요합니다.

최 교사 : 그렇군요.

김 교사 : 삼각함수의 덧셈정리 문제로 다시 돌아가 볼까요? 이 문제에 대한 어느 수학자의 접근 방법을 찾아보면, '삼각형 ABD의 넓이에서 삼각형 ABC의 넓이를 뺀 것은 삼각형 ACD의 넓이와 같다'는 사실을 이용하고 있습니다.



(김 교사는 위 그림을 이용하여 삼각함수의 덧셈정리에 대하여 논의한다.)

최 교사 : 그렇군요. 좌표를 이용하지 않고도 학생들을 증명으로 안내할 수 있고, 직관적으로도 이해시킬 수 있네요.

김 교사 : 지금까지 나눈 대화를 통해 사고실험에 대해 정리해 볼까요.

… (후략) …

프로이덴탈의 교수・학습 원리의 관점에서 사고실험의 역할을 적으시오. 또, 교실 수업에서 사고실험을 통해 얻을 수 있는 의의를 위 가상 대화에 근거하여 2가지 제시하시오. [5점]

3. 곡면

$$M=\{(x,\ y,\ z)\in\mathbb{R}^3 \mid 4x=(y^2+z^2)^2\}$$

위의 점 $p=\left(\frac{1}{4}u^4,\ u,\ 0\right)$ $(u>0)$에서의 접평면(tangent plane)을 $T_p(M)=\{\mathrm{v}_p\in\mathbb{R}^3 \mid \mathrm{v}_p$는 p에서의 곡면 M의 접벡터$\}$라 하고 이 점에서의 주곡률(principal curvature)을 각각 $k_1(u)$, $k_2(u)$라 하자. 또, $T_p(M)$에 속하는 두 개의 단위접벡터(unit tangent vector) w_p와 $(0,\ 0,\ 1)_p$가 이루는 각이 $\frac{\pi}{6}$라고 하자.
점 p에서 곡면 M의 가우스 곡률 $K(u)$를 풀이 과정과 함께 쓰고, w_p방향으로의 법곡률(normal curvature) $k(\mathrm{w}_p)$를 $ak_1(u)+bk_2(u)$ (a, b는 상수)로 나타낼 때 ab의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [5점]

4. 다음 조건 ①, ②에 의해 정의된 그래프 G의 변(edge)의 개수를 구하고, G는 평면그래프(planar graph)가 아님을 보이시오. 그리고 그래프 G의 채색수(chromatic number) $\chi(G)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [5점]

① 그래프 G의 꼭짓점의 집합은 아홉 개의 원소로 구성된

$$V(G)=\{\mathrm{v}_2,\ \mathrm{v}_3,\ \mathrm{v}_4,\ \mathrm{v}_5,\ \mathrm{v}_6,\ \mathrm{v}_7,\ \mathrm{v}_8,\ \mathrm{v}_9,\ \mathrm{v}_{10}\}$$

이다.

② 두 꼭짓점 v_a와 v_b는 두 정수 a와 b가 서로소일 때만 인접한다.
예를 들어, v_2와 v_7은 인접하지만, v_4와 v_{10}은 인접하지 않는다.

논술형 【1 ~ 2】

1. 실수 $\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}$ 을 근으로 가지는 다항식 $f(x)=x^9+3x^6+165x^3+1$ 은 13을 법으로 하여 $f_{13}(x)=x^9+3x^6+9x^3+1$과 합동이고, $f_{13}(x)$는 $\mathbb{Z}_{13}[x]$에서 기약다항식임이 알려져 있다.

이를 이용하여, $f(x)$가 $\mathbb{Q}[x]$에서 기약임을 보이시오. 그리고 $K=\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{3})$라 할 때 차수(degree) $[K:\mathbb{Q}]$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰고, 다항식 $g(x)=(x^3-2)(x^3-3)\in\mathbb{Q}[x]$의 분해체(splitting field) E에 대하여 갈루아 군 $G(E/\mathbb{Q})$의 위수(order)를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [10점]

2. 다음을 읽고 물음에 답하시오.

> 유계인 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 유계함수 $f:[a,\ b]\to\mathbb{R}$와 $[a,\ b]$의 분할 P에 대한 하합(lower sum)과 상합(upper sum)을 각각 $L(f,P)$, $U(f,P)$로 나타내고,
>
> $$A=\sup\{L(f,P)\mid P\text{는 } [a,\ b]\text{의 분할}\}$$
> $$B=\inf\{U(f,P)\mid P\text{는 } [a,\ b]\text{의 분할}\}$$
>
> 이라 두자.
>
> 이때 $[a,\ b]$의 임의의 분할 P, Q에 대하여 $L(f,P)\le U(f,Q)$이므로
>
> $$A\le B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{가})$$
>
> 가 성립한다. 만약
>
> $$A\ge B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{나})$$
>
> 도 성립하면 f는 $[a,\ b]$에서 리만적분가능하다고 한다.
>
> 한편, 고등학교 교과서에서는
>
> "함수 f가 $[a,\ b]$에서 연속이면 극한
>
> $$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f(x_k)\Delta x\ \left(\Delta x=\frac{b-a}{n},\ x_k=a+k\Delta x\right)\cdots (\text{다})$$
>
> 는 항상 존재함이 알려져 있다."
>
> 라고 설명하고 이 극한을 정적분의 정의로 사용하고 있다.

부등식 (가)를 증명하고, $[a,\ b]$에서 정의된 연속함수 f에 대하여 (나)가 성립함을 증명하시오. 그리고 이를 토대로 $[a,\ b]$에서 정의된 연속함수 f의 경우, (다)의 극한 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f(x_k)\Delta x$가 존재함을 보이시오. [10점]

<수고하셨습니다.>