2016학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : (　　　　　　　)　　　　**성 명 : (　　　　　　)**

제1차 시험	2교시 전공A	14문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 수학교육론 강의 시간에 다양한 현상과 결부된 개념을 학습한 다음, 이를 요약한 것이다. (가)와 (나)의 설명에 해당하는 개념을 순서대로 쓰시오. [2점]

(가)
○ 현실에 질서를 부여하는 활동으로, 현상이 본질로 조직되고 그 본질이 다시 현상이 되는 끊임없는 재조직화의 과정임.
○ 현실의 여러 현상들을 수학적인 수단을 사용하여 조직하고 현상들 사이에서 그 정리수단인 본질을 찾는 활동임.
○ 트레퍼스(A. Treffers)는 이 활동이 주어진 상황마다 다르며 다양한 활동으로 세분화될 수 있다고 함.

(나)
○ 비수학적 문제 상황에서 출발한다는 면에서 문제해결과는 차별화됨.
○ 다음과 같은 일련의 과정을 거침.
① 실세계 현상을 관찰하여 그 현상 속에 내재된 문제를 명확히 구성함.
② 구성된 문제를 해석하여 현상에 적합한 모델을 구축함.
③ 모델 내에서 적절한 수학적 분석을 실시함.
④ 분석 결과를 얻고 현상에 맞도록 그 결과를 재해석하여 결론을 도출함.

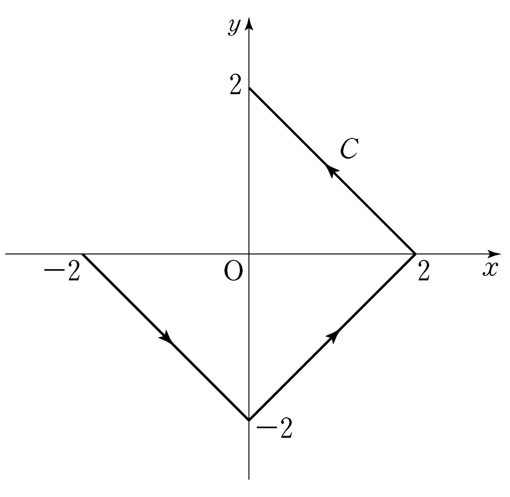
2. 군 준동형사상(group homomorphism) $f : \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_6 \to \mathbb{Z}_{12}$를 $f(x,\ y) = 9x$로 정의하자. f의 핵(kernel)을 K라 할 때, 잉여군(상군, factor group, quotient group) $(\mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_6)/K$의 위수(order)를 구하시오. (단, 양의 정수 n에 대하여 $\mathbb{Z}_n$은 위수가 n인 덧셈 순환군(additive cyclic group)이다.) [2점]

3. 이차함수 $f(x) = \frac{1}{2}(x-10)^2$과 양의 정수 n에 대하여 a_n을 특이적분(이상적분, improper integral) $\int_1^{\infty} \left(f(n)\right)^t dt$의 수렴 또는 발산에 따라 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \begin{cases} \int_1^{\infty} \left(f(n)\right)^t dt, & \int_1^{\infty} \left(f(n)\right)^t dt \text{가 수렴} \\ 0, & \int_1^{\infty} \left(f(n)\right)^t dt \text{가 발산} \end{cases}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 값을 구하시오. [2점]

4. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 C는 점 $(-2,\ 0)$에서 시작하여 점 $(0,\ -2)$와 점 $(2,\ 0)$을 지나 점 $(0,\ 2)$까지 선분으로 연결한 경로이다. $\int_C (3+ye^x)dx + e^x dy$의 값을 구하시오. [2점]



5. 좌표평면에서 영역 D가

$$D=\{(x,\ y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 9\}$$

일 때, 함수 $f: D\to\mathbb{R}$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x,\ y)=\begin{cases} y, & y\ge \sin\sqrt{x} \\ \sin\sqrt{x}\,, & y<\sin\sqrt{x}\end{cases}$$

두 반복적분의 합

$$\int_0^2\int_0^9 f(x,\ y)\,dy\,dx+\int_0^2\int_0^{\sin\sqrt{x}}(y-\sin\sqrt{x})\,dy\,dx$$

의 값을 구하시오. [2점]

6. 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 단위속력곡선(unit speed curve) $\gamma:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3$의 점 $\gamma(s)$에서의 곡률(curvature) $\kappa(s)$는 $\kappa(s)=\sqrt{s^4+4s^2+3}$ 이다. 곡선 $\alpha:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3$을

$$\alpha(t)=\gamma(t)+\gamma'(t)$$

로 정의할 때, $t=0$에서 $t=1$까지 곡선 α의 길이를 구하시오. [2점]

7. 앞면이 나올 확률이 $p(0<p<1)$인 동전을 학생 A가 n번 던지고, 학생 B가 $2n$번 던진다. 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수와 학생 B가 던져서 앞면이 나온 횟수의 합이 2일 때, 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수가 1일 확률이 $\frac{6}{13}$이다. n의 값을 구하시오. [2점]

8. 두 연속확률변수 $X,\ Y$가 서로 독립이고, 확률밀도함수(probability density function)가 각각

$$f_X(x)=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\quad (x>0),$$

$$f_Y(y)=e^{-y}\qquad (y>0)$$

이다. 확률변수 $Z=X+2Y$의 확률밀도함수 $g(z)$를 구하시오. [2점]

9. 다음은 역사 발생적 원리에 대한 설명과 예비 교사가 작성한 수업 계획서의 일부이다.

(가) 역사 발생적 원리

수학이 발생된 것으로 파악하고 학습자가 학습 과정에서 수학의 발생을 경험하게 하는 원리이다. 이 원리는 클레로(A. Clairaut), 클라인(F. Klein), 퇴플리츠(O. Toeplitz) 등이 주장하였다.

(나) 수업 계획서

○단원 제목: 삼각함수

○지도 순서

1단계		2단계		3단계		4단계
함수 정의하기	⇨	표로 나타내기	⇨	그래프로 그리기	⇨	현실에 응용하기

- 1단계에서는 함수 $y=\sin x$를 정의한다.
- 2단계에서는 함수 $y=\sin x$에서 x와 y 사이의 관계를 표로 나타낸다.
- 3단계에서는 2단계에서 작성한 표를 바탕으로 그래프를 그린다.
- 4단계에서는 함수 $y=\sin x$와 관련된 응용문제를 다룬다.

역사 발생적 원리에 따라 수학 수업을 진행할 때, 수학 교수・학습에서의 의의를 1가지 쓰시오. 또한 이 원리에 기초하여 (나)에서 제시한 지도 순서를 재구성하고, 그 이유를 지도 내용과 관련지어 설명하시오. [4점]

10. 다음은 수학 교사를 위한 '평가' 연수 시간에 이루어진 대화의 일부이다.

김 강사: 서술형 평가의 중요성에 대해 말씀을 드렸습니다. 혹시 질문이 있으세요?

박 교사: 서술형 평가는 선택형 평가와 비교해 장점도 있지만, 채점의 어려움이 걱정입니다.

김 강사: '총체적 점수화 방법'을 적용하여 채점하면 좋을 듯 합니다. **<자료 1>**로 설명해 볼게요.

<자료 1>

(선택형) $\sqrt{28x}$가 정수가 되는 100 이하의 모든 양의 정수 x의 합은?
① 7 ② 28 ③ 35 ④ 70 ⑤ 98

정답률(%)	답지반응률(%) ①	②	③	④	⑤
51	4	12	25	8	51

(서술형) $\sqrt{28x}$가 정수가 되는 100 이하의 모든 양의 정수 x의 합을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [10점]

… (중략) …

박 교사: 아, 풀이 전반에 걸쳐 하나의 점수를 부여하는 방법이군요. 다른 채점 방법도 있나요?

김 강사: 네, '분석적 점수화 방법'이 있습니다. 문제를 해결하는 데 필요한 내용이나 과정을 몇 단계로 구분하여 단계별로 점수를 부여하는 방법입니다.
<자료 2>는 **<자료 1>**의 (서술형) 문제에 대해 어느 교사가 작성한 채점 기준표와 학생 A의 답안입니다.

<자료 2>

채점 기준표

채점 영역	채점 요소	배점
문제 이해	제곱근의 성질 $\sqrt{a^2}=a(a \geq 0)$을 이해함	2
문제해결	$\sqrt{28x}$를 $\sqrt{2^2 \times 7 \times x}$ 또는 $2\sqrt{7x}$로 고침	3
	$\sqrt{2^2 \times 7 \times x}$ 또는 $2\sqrt{7x}$를 이용하여 만족하는 수를 모두 구함	3
답 구하기	만족하는 모든 수의 합을 구함	2

학생 A의 답안

$\sqrt{x^2}=x(x \geq 0)$이므로 $\sqrt{28x}$가 정수가 되기 위해서는
$x=28$이고, 또한 $\sqrt{28x}=\sqrt{2^2 \times 7 \times x}=2\sqrt{7x}$이므로
$2\sqrt{7x}$가 정수가 되기 위해서는 $x=7$이다.
따라서 만족하는 모든 양의 정수의 합은 35이다.

… (중략) …

박 교사: 네, 서술형 평가 실시에 큰 도움이 될 것 같습니다.

교사의 수업 개선에 초점을 맞추어 서술형 평가의 장점을 **<자료 1>**, **<자료 2>**와 관련지어 서술하시오. 또한 **<자료 2>**의 채점 기준표에 근거하여 '학생 A의 답안'을 채점한 점수를 쓰고, 그 점수를 부여한 이유를 설명하시오. [4점]

11. 함수 $f:[0,\ \infty)\to\mathbb{R}$가 구간 $[0,\ \infty)$에서 미분가능하다. 모든 점 $x\in[0,\ \infty)$에 대하여 $|f'(x)|\le M$이고 $f(0)>0$일 때, $f(x)\le f(0)+Mx$임을 보이시오. 또한 $0\le M<1$이면 방정식 $f(x)=x$는 단 하나의 해를 가짐을 보이시오. (단, M은 상수이다.) [4점]

12. 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$에서 $\{[a,\ b)\mid a,\ b\in\mathbb{R}\}$를 기저(base, basis)로 하는 위상을 $\Im_l$이라 하고, $\{(a,\ b]\mid a,\ b\in\mathbb{R}\}$를 기저로 하는 위상을 $\Im_u$라 하자. 적공간(곱공간, product space) $(\mathbb{R},\ \Im_l)\times(\mathbb{R},\ \Im_u)$에서 집합

$$A=\{(x,\ y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\mid x^2+y^2\le 1\}$$

의 내부(interior) A°를 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한 A의 폐포(closure) $\overline{A}$와 A의 경계(boundary) $b(A)$를 구하시오. (단, $[a,\ b)=\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x<b\}$, $(a,\ b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\le b\}$이다.) [4점]

13. 정수 23은 법(modulo) 89에 대한 원시근(primitive root)이고, 89는 소수이다. 정수 $a = 23^{41}$에 대하여 $a^n \equiv 23 \pmod{89}$를 만족하는 가장 작은 양의 정수 n의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

[4점]

14. 유리수 체 $\mathbb{Q}$ 위에서 대수적인 원소 α와 단순확대체(simple extension field) $K = \mathbb{Q}(\alpha)$가 있다. F가 K의 부분체이고

$$\mathrm{irr}(\alpha,\ F) = x^r + a_1 x^{r-1} + a_2 x^{r-2} + \cdots + a_r \quad (a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_r \in F)$$

일 때, $F = \mathbb{Q}(a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_r)$임을 보이시오.

또한 $\alpha = \sqrt{2} + i$이고 $F = \mathbb{Q}(\sqrt{2})$일 때, $\mathrm{irr}(\alpha,\ F)$를 구하시오.

(단, $i = \sqrt{-1}$이고, $\mathrm{irr}(\alpha,\ F)$는 F 위에서 α의 기약다항식(최소다항식, irreducible polynomial, minimal polynomial)이다.)

[4점]

<수고하셨습니다.>