2016학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

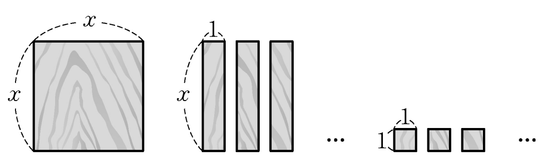
수험 번호 : (   )   **성 명 : (   )**

제1차 시험	3 교시 전공B	8문항 40점	시험 시간 90분

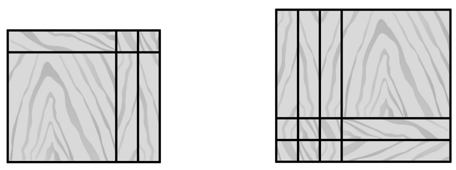
○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 브루너(J. Bruner)의 학습 이론을 적용하여 진행한 수업의 일부이다.

교 사 : 나무로 된 교구를 이용하여 인수분해 공식의 원리를 발견하는 수업을 하겠습니다. 한 변의 길이가 x인 정사각형, 두 변의 길이가 각각 1과 x인 직사각형, 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 교구가 있어요. 자유롭게 도형을 만드는 활동을 시작해 보세요.



학생들 : 네. (교구를 가지고 활동을 하면서 교구에 대한 충분한 친밀감을 가진다.)
교 사 : 이제 교구에 익숙해졌나요? 한 가지 질문을 할게요. 주어진 세 종류의 교구를 최소한 한 개씩 사용하여 직사각형을 만들 수 있을까요?
(학생들은 다음과 같은 직사각형을 구성하고, 교사는 학생이 구성한 직사각형을 칠판에 그린다.)



학생 1 : 교구로 직사각형을 만들었더니, 참 재미있어요. 이것으로 다른 활동을 할 수 있나요?
교 사 : 다른 활동을 할 수 있지만, 수학적 원리, 개념 등을 찾는 것에 집중해 봅시다. 여러분이 만든 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이를 이용하여 표현할 수 있을까요?
학생 2 : 잘 모르겠어요. 교구로 다른 모양을 만들어 보는 것이 더 재미있는 것 같아요.
교 사 : 그러면 새로운 직사각형을 더 만들어 보고, 두 변의 길이와 직사각형의 넓이를 어떻게 나타낼 수 있는지 각자 공책에 기록해 봅시다. (잠시 후 교사는 계속 질문을 한다.)
학생들 : (교사의 질문에 집중하지 못하고, 활동에 집중한다.)
… (중략) …
교 사 : 이제 수업 시간이 별로 남지 않았어요.

위 수학 수업이 브루너의 이론을 반영하였음을 보여 주는 근거 1가지를 찾아, 그 이유와 함께 서술하시오. 또한 위 수업 상황에서 가장 두드러지게 나타나는 극단적인 수학 교수학적 현상을 쓰고, 이 현상을 수업 상황과 관련지어 설명하시오. [4점]

2. 점화식

$$a_0 = 1,\quad a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n}\ \ (n \ge 1)$$

을 만족하는 수열 $\{a_n\}$의 생성함수와 $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n$의 값을 각각 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

3. 2차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^2$의 단위벡터(unit vector) u에 대하여 선형사상 $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$을

$$T(\mathrm{x}) = \mathrm{x} - 2(\mathrm{x}\cdot\mathrm{u})\mathrm{u}$$

로 정의하자. 모든 벡터 x에 대하여 $\|T(\mathrm{x})\| = \|\mathrm{x}\|$임을 보이시오. 또한 $\mathrm{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$일 때, $\mathbb{R}^2$의 기저(basis) $B = \{(1,\ 0),\ (1,\ 1)\}$에 대한 T의 행렬 $[T]_B$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. (단, 두 벡터 x, y에 대하여 $\mathrm{x}\cdot\mathrm{y}$는 x와 y의 점곱(유클리드 내적, dot product, Euclidean inner product)이고, $\|\mathrm{x}\|$은 x의 유클리드 노름(Euclidean norm)이다.) [4점]

4. 양의 정수 n에 대하여 함수 $f_n : [-1,\ 1] \to \mathbb{R}$를

$$f_n(x) = e^{\frac{x}{n^2}} - \cos\frac{x}{n^2}$$

로 정의할 때, 함수급수 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$가 구간 $[-1,\ 1]$에서 미분가능한 함수로 평등수렴(균등수렴, 고른수렴, uniform convergence)함을 보이시오. [4점]

※ 다음 정리는 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

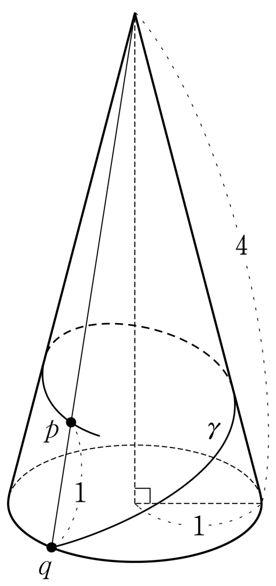
<정 리>

구간 $[a,\ b]$에서 정의된 미분가능한 함수열 $\{f_n\}$에 대하여, 다음 두 조건 (가), (나)를 모두 만족하는 함수급수 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$는 $[a,\ b]$에서 미분가능한 함수로 평등수렴한다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$가 수렴하는 점 $x_0 \in [a,\ b]$가 존재한다.

(나) 함수급수 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n{}'(x)$가 $[a,\ b]$에서 평등수렴한다.

5. 그림과 같이 3차원 유클리드 공간에 밑면이 반지름의 길이가 1인 원이고 모선의 길이가 4인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 옆면에 있는 점 p와 밑면에 있는 점 q는 같은 모선 위에 있고, 선분 pq의 길이는 1이다. 점 q에서 출발하여 원뿔의 옆면을 돌아 점 p를 지나는 측지선(geodesic) γ에 대하여, 점 p에서 원뿔의 옆면의 주곡률(principal curvature)을 각각 κ_1, κ_2라 하고, 점 p에서 측지선 γ의 곡률(curvature)을 κ라 하자. κ_1, κ_2의 값을 구하고, 이를 이용하여 κ의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]



6. 체 K는 유리수 체 $\mathbb{Q}$ 위에서 차수(degree)가 $[K:\mathbb{Q}]=270$인 갈루아 확대체(정규확대체, Galois extension field, normal extension field)이고, 갈루아 군(Galois group) $G(K/\mathbb{Q})$는 순환군(cyclic group)이다. $\sqrt{2}$가 K의 원소일 때, $\sqrt{2}$를 포함하는 K의 부분체의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [5점]

7. 복소함수 $f(z)=\dfrac{e^z}{e^{2z}+1}$ $\left(|z|<\dfrac{\pi}{2}\right)$의 점 $z_0=0$에 관한 테일러(Taylor) 급수 전개를 $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$이라 하자. 음이 아닌 모든 정수 n에 대하여 $a_{2n+1}=0$임을 보이시오. 또한 복소평면에서 시계반대방향의 단위원 $C:|z|=1$에 대하여 $\displaystyle\int_C \frac{f(z)}{z^3}dz$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [5점]

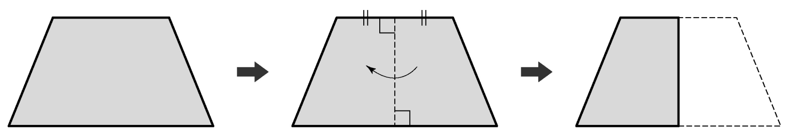
8. 다음은 수업 준비를 위한 교사용 보조 자료이다. 수학적 사실을 정당화하는 과정에서 두드러지게 나타나는 추론 유형을 (가), (나)에서 각각 하나씩 찾고, 이 두 유형의 추론을 기초로 정당화의 지도 방법을 <작성 방법>에 따라 논술하시오. [10점]

〈한 가지 수학적 사실을 정당화하는 두 가지 접근〉

밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴에서 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이는 서로 같음을 설명하시오.

(가)

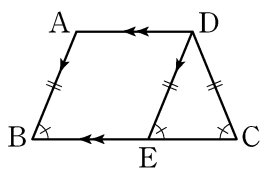
밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴 모양의 종이를 준비한다. 그림과 같이 윗변의 수직이등분선을 따라 접는다.



평행하지 않은 한 쌍의 대변이 일치하므로, 대변의 길이는 서로 같다.

(나)

그림과 같이 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이고 $\angle B = \angle C$ 인 사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DC}$ 임을 보이자.



점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 평행한 $\overline{DE}$ 를 그으면, 동위각의 성질에 의해서 $\angle DEC = \angle B$ 이다. 그런데 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle DEC = \angle C$ 이다. 따라서 $\triangle DEC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$ 이다.

또한 $\square ABED$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이고 $\overline{DE} = \overline{DC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이다.

<작성 방법>

- 서론, 본론, 결론의 형식을 갖출 것.
- 서론 부분에는 (나)와 같은 방법만으로 지도할 때 생길 수 있는 문제점을 포함할 것.
- 본론 부분에는 아래 요소를 포함하여 작성할 것.
  - 폴리아(G. Polya)의 관점에서 두 추론의 역할
  - 반 힐레(P. van Hiele)의 기하 학습 수준 이론에서 학습 수준을 제1수준 ~ 제5수준으로 구분할 때, 제3수준과 제4수준이 주는 시사점
- 결론 부분에는 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 '교수 · 학습 방법'에 제시된 수학적 추론 능력을 신장시키기 위한 유의사항을 포함할 것.

<수고하셨습니다.>