2021학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : (　　　　　　　)　　　　**성 명 : (　　　　　　　)**

제1차 시험	2 교시 전공 A	12문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 19세기말부터 100여 년 동안 이루어진 수학교육의 변천에 관한 자료를 순서 없이 제시한 것이다. (가)~(마)를 수학교육의 역사적 흐름에 따라 순서대로 배열하시오. [2점]

(가)	‘기본으로 돌아가기 운동(The Back-to-Basics Movement)’의 영향으로 학교수학에서는 기본 기능을 강조하는 방향으로 교재를 재구성하였다. 그러나 우수한 학생들의 학력이 저하되고 응용력과 문제 해결 능력이 감소되기도 하였다.
(나)	전통적인 방식으로 유클리드 기하를 가르치는 것에서 벗어나 실험 기하를 가르치고, 수학의 실용성, 유용성 등을 강조하였다. 학교수학의 내용을 체계적으로 다듬으려는 노력이 시작되었으며, 학교수학에 함수 개념을 도입한 교과서가 출판되었다.
(다)	지식의 획득에서 지식의 구성으로, 문제 해결에서 문제 제기로 수학교육의 강조점을 변화시키자는 흐름이 본격적으로 일어났다. 그리고 ‘수학 학습 수준 이론’, ‘현실주의적 수학교육(Realistic Mathematics Education)’ 등 여러 이론과 모델이 발전하였다.
(라)	과학기술의 급격한 발달에 따라 수학의 응용 범위가 확대되었으나 학교수학의 내용이 시대에 뒤떨어진다는 반성으로 집합, 함수, 대수적 개념, 확률 등을 조기에 도입하고자 하였다. 이 시기에 일어난 변화는 우리나라 제3차 교육과정에 영향을 미쳤다.
(마)	근대화된 사회의 모습을 반영하여 수학교육을 개선하여야 한다는 주장이 제기되었다. 엄밀하고 논리적 체계를 갖춘 유클리드 원론 중심의 수학교육, 형식 도야라는 명분으로 과도한 훈련을 하는 수학교육, 소수 특권층을 위한 수학교육 등 당시의 수학교육 실태를 개선하여야 한다는 비판이 있었으나 실제로 크게 개선되지는 못했다.

2. 복소함수 $f(z)=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$에 대하여, 집합 $\{z\in\mathbb{C}\mid |z|=2\}$에서 $|f(z)|$의 최댓값과 최솟값을 구하시오. [2점]

3. A 회사와 B 회사에서 생산하는 전기자동차용 배터리의 수명은 각각 정규분포 $\mathrm{N}\left(2500, 80^2\right)$, $\mathrm{N}\left(2200, 66^2\right)$을 따른다고 한다.
A 회사의 제품에서 100개를 임의로 추출한 표본의 평균수명을 $\overline{X}$, B 회사의 제품에서 121개를 임의로 추출한 표본의 평균수명을 $\overline{Y}$라 할 때, $\overline{X}-\overline{Y}$의 분산 $\mathrm{Var}\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)$는 a이고,

$$\mathrm{P}\left(\overline{X}-\overline{Y} \leq 320\right)=\mathrm{P}(Z \leq b)$$

이다. 상수 a와 b의 값을 각각 구하시오. (단, 배터리 수명의 단위는 100 km이고, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [2점]

4. 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 구

$$M=\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2=1\right\}$$

위에 단위속력곡선(arc-length parametrized curve) $\gamma:[0,1] \rightarrow M$이 있다. 각 $s \in [0,1]$에 대하여 점 $\gamma(s)$에서의 γ의 종법선벡터(binormal vector)를 $B(s)$, 점 $\gamma(s)$에서의 M의 법선벡터(normal vector)를 $n(s)$라 하자.
모든 $s \in [0,1]$에 대하여 $B(s) \cdot n(s)=\frac{1}{2}$을 만족할 때, $\gamma(s)$의 비틀림률(열률, 꼬임률, torsion) $a(s)$와 곡률(curvature) $b(s)$를 구하시오. [2점]

5. 함수 $f(x,y)=\dfrac{x^2}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3}$에 대하여 다음 적분의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}\int_{\sqrt{1-y^2}}^{y}\left(f(x,y)-\lfloor x+y \rfloor\right)dxdy$$
$$+\int_{1}^{\sqrt{2}}\int_{0}^{y}f(x,y)\,dxdy+\int_{\sqrt{2}}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-y^2}}f(x,y)\,dxdy$$

(단, $\lfloor x \rfloor$는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [4점]

6. $\mathbb{R}^2$ 위에 동치관계(equivalence relation) $\sim$을 다음과 같이 정의하자.

$(x,y)\sim(x',y') \Leftrightarrow (x,y)=(tx',ty')$인 실수 $t\neq 0$가 존재한다.

원소 $(x,y)\in\mathbb{R}^2$에 대하여 $\sim$에 관한 동치류(equivalence class)를 $[x,y]$라 하고, $\sim$에 관한 상집합(quotient set)을 $Y=\mathbb{R}^2/\sim$, 상사상(quotient map)을 $\pi:\mathbb{R}^2\to Y$ $(\pi(x,y)=[x,y])$라 하자.
$\mathbb{R}^2$ 위에 보통위상(usual topology)이 주어진 위상공간을 X라 하고, 상집합 Y 위의 $\pi:X\to Y$에 대한 상위상(quotient topology)을 $\mathfrak{I}$라 하자. 즉, $\mathfrak{I}$는 Y 위의 $X/\sim$의 상위상이다.
이때 $[0,0]$을 포함하는 $\mathfrak{I}$의 원소가 유일함을 증명하고, $(Y,\mathfrak{I})$가 T_1-공간이 아닌 이유를 서술하시오. (단, 보통위상은 거리함수 $d((x_1,y_1),(x_2,y_2))=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$로부터 유도되는 위상이다.) [4점]

7. 일반화된 이항계수 $\binom{-\frac{1}{2}}{n}$이 $\binom{2n}{n}=f(n)\times\binom{-\frac{1}{2}}{n}$을 만족할 때, $f(n)$과 $\sum_{n=0}^{\infty}\binom{2n}{n}\left(-\frac{1}{8}\right)^n$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

(단, n은 음이 아닌 정수이다.) [4점]

8. 다음 <자료 1>은 중학교 3학년 학생 A의 수학일기의 일부이고, <자료 2>는 <자료 1>에 대하여 교사들이 나눈 대화이다.

<자료 1>

오늘은 친구 B와 함께 시네마 영화관을 갔다. 보고 싶은 영화를 선택해야 하는데 B와 의견이 달랐다. 나는 액션 영화를 선택했고, B는 액션 영화도 좋지만 다른 영화를 함께 골라보자고 하였다.

시네마 영화관에서는 현재 여러 개의 영화를 동시에 상영하고 있어 영화를 고르기가 힘들었다. 그때 마침 내게 좋은 아이디어가 떠올랐다. 영화 관람을 마치고 나오는 많은 사람들에게 그들이 본 영화가 무엇이었는지 조사해 보자는 것이었다. 그런 다음 사람들이 가장 많이 본 영화를 관람하기로 결정하면 어떨까 생각하고 B의 의견을 물었다. B도 나의 의견에 동의하였다.

나는 먼저, 영화 관람을 마치고 나오는 사람들에게 관람한 영화가 무엇이었는지 조사하였다. 그리고 별생각 없이 조사한 자료로 수학 시간에 배운 평균을 구하자고 B에게 말하였다. 그런데 ㉠B가 "자료를 대표하는 값은 여러 가지가 있고, 주어진 자료에 따라 적절한 값을 사용해야 그 자료의 특성을 대표할 수 있다."라고 하면서 우리가 함께 관람하기로 한 영화 선택의 조건이 무엇이었는지 나에게 상기시켜 주었다. "맞아, 그거야! 여기서는 최빈값이 대푯값으로 적절하겠구나."라는 것을 깨달았다.

… (중략) …

친구의 도움으로 최빈값의 의미와 그것을 언제 사용해야 하는지 확실히 알게 되었다. 그리고 보니 빅 데이터 기술을 이용하여 많은 사람들이 주로 사용하는 단어를 최빈값으로 구해 낼 수 있고, 그 단어가 갖는 여러 의미를 해석해 볼 수 있어 최빈값이 매우 유용하지 않을까 하는 생각도 들었다. 그래도 오늘 가장 좋았던 것은 ㉡교과서의 정리된 수학이 아닌 내 주변에 살아있는 수학을 경험한 것이었다.

<자료 2>

김 교사 : 수학이 우리 삶 가운데 유용하게 사용되고 있음을 알도록 학생들에게 수학일기를 써 보게 했습니다.

박 교사 : 좋은 생각입니다. 학생들이 수학을 왜 배워야 하는지 모르겠다고 하는데 수학일기를 통해 수학의 실용적 가치를 깨닫는 좋은 기회가 될 것 같습니다.

김 교사 : 네, 그리고 동시에 ㉢수학이 객관적 진실이라기보다는 우리의 삶의 경험을 조직하는 데 도움이 됨을 학생들이 인식하면 좋겠습니다.

비고츠키(L. Vygotsky) 학파의 관점에서 <자료 1>의 ㉠을 설명할 수 있는 개념 용어를 쓰고, A가 알게 된 최빈값의 의미를 쓰시오. 그리고 <자료 1>의 ㉡, <자료 2>의 ㉢에 근거하여 사회적 구성주의와 차별화되는 급진적 구성주의의 원리를 설명하시오. [4점]

9. 박 교사는 고등학교 ‘수학1’ 삼각함수 단원에서 <수업 방향>에 따라 <온라인 활동 과제>를 활용한 실시간 온라인 수업을 하려고 한다. 이에 대하여 <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

<수업 방향>

- ○ 학생이 수업에 대하여 가능한 한 많은 권리와 책무성을 갖도록 한다.
- ○ 학생과 학생 사이에 충실한 상호작용이 일어나도록 한다.
- ○ 학생이 다양한 표상을 사용하는 능력을 함양하도록 한다.

<온라인 활동 과제>

(가) 컴퓨터 기하 프로그램으로 삼각함수 그래프를 그리는 방법을 복습하시오.

(나) 함수 $y = a\sin x$의 그래프를 a의 값을 다르게 하여 여러 개 그려보고, 함수 $y = \sin(bx)$의 그래프는 b의 값을 다르게 하여 여러 개 그려본 후 나타난 결과를 분석하여 정리하시오.

(다) 함수 $y = a\sin(bx)$ (a, b는 상수)의 그래프의 성질에 대하여 정리한 내용을 발표하시오.

<작성 방법>

- ○ 박 교사의 <수업 방향>에 적합한 교수·학습 방법을 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-255호) ‘교수·학습 및 평가의 방향’의 ‘교수·학습 방법’에 제시된 것 중에서 선택하여 쓰고, 그 이유를 설명할 것
- ○ 선택한 ‘교수·학습 방법’을 적용할 때, <온라인 활동 과제>의 (다)에서 학생이 할 발표의 준비 과정과 내용을 서술할 것

10. 군 G는 직접곱(직적, direct product) $\mathbb{Z}_{13}^{*} \times \mathbb{C}^{*}$이다.

위수(order)가 18인 G의 원소의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰고, 덧셈군 $\mathbb{Z}_{18}$과 군동형(group isomorphic)이 되는 G의 부분군의 개수를 구하시오.

(단, $\mathbb{Z}_{13}^{*}$과 $\mathbb{C}^{*}$은 각각 유한체 $\mathbb{Z}_{13}$과 복소수체 $\mathbb{C}$의 영이 아닌 원소들의 곱셈군이다.) [4점]

11. 합동방정식

$$(x^{10}-1)(x^{10}+x^5+1)(x^{36}-1)\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,61)$$

의 법 61에 대한 해의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

12. 음이 아닌 정수 n에 대하여 함수 $f_n : [0,1]\to\mathbb{R}$를 다음과 같이 정의하자.

$$f_0(x)=e^x,\ f_n(x)=\int_0^x f_{n-1}(t)\,dt\ \ (n\ge 1)$$

$\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$는 $[0,1]$에서 고른수렴(평등수렴, 균등수렴, uniform convergence)함을 보이고, $\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$를 구하시오. [4점]

※ 다음 정리는 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

함수 $g(x)$가 미분가능하면 $$\int_0^x g(t)e^{-t}dt=\left[-g(t)e^{-t}\right]_0^x+\int_0^x g'(t)e^{-t}dt$$ 이다.

<수고하셨습니다.>