2023학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : (   ) **성 명 : (   )**

제1차 시험	2교시 전공A	12문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 대표적인 수학교육 개혁운동 2가지를 설명한 것이다. (가)와 (나)에 해당하는 수학교육 개혁운동의 명칭을 순서대로 쓰시오. [2점]

> (가) 19세기 말과 20세기 초부터 유럽과 미국을 중심으로 수학의 실용성을 강조하고 학생의 심리적 측면을 고려하는 방향으로 수학교육을 개혁하려는 운동이 일어났다. 영국의 페리(J. Perry), 독일의 클라인(F. Klein), 미국의 무어(E. Moore) 등이 이 운동에서 주도적인 역할을 하였는데, 여러 국가 사이의 협력을 통해 개혁을 추구하는 방향으로 전개되었다. 하지만 제1차와 제2차 세계대전이 일어나면서 더 진전되지 못했다.
>
> (나) 제2차 세계대전의 종전 이후에 세계적으로 수학교육을 개혁하려는 운동이 다시금 전개되었다. 듀돈네(J. Dieudonné)는 '현대수학의 내용과 방법을 학교수학에 조기에 도입하는 것', '대수적 구조와 논리적 엄밀성을 강조하는 것'과 같은 개혁방향을 제안하였다. 이 같은 방향으로 이 운동을 구체화하는 시도가 여러 국가에서 이루어졌다. 하지만 급진적 개혁을 성급하게 추구한 나머지, 교육적으로 많은 부작용을 초래하였다.

2. 실수 a에 대하여 좌표평면의 영역 $D(a)$를

$$D(a)=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le(1+a)^2\}$$

이라 할 때, 중적분 $\iint_{D(a)}(x^2+y^2)\,dA$를 구하시오.

또한 좌표공간의 영역 Ω를

$$\Omega=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2\le(1+z)^2,\ 0\le z\le 1\}$$

이라 할 때, 삼중적분 $\iiint_{\Omega} z(x^2+y^2)\,dV$의 값을 구하시오. [2점]

3. 2차원 유클리드 평면에 곡선

$$\alpha(t) = (2\sin t - \sin 2t,\ 2\cos t - \cos 2t)\ \ (0 < t < \pi)$$

가 있다. 곡선 α의 $t = \frac{\pi}{2}$에서의 접촉원(osculating circle)의 중심(곡률중심, center of curvature)과 반지름(곡률반경, radius of curvature)을 구하시오. [2점]

4. 어떤 정책에 대한 A, B 두 도시 시민의 의견을 알아보기 위하여 각 도시에서 확률표본을 선택하여 이 정책에 대한 찬성 여부를 알아본 결과는 다음과 같다.

	A 도시	B 도시
표본의 수	350명	160명
정책에 찬성한 비율	0.7	0.8

A, B 두 도시의 이 정책에 대한 찬성 비율을 각각 p_1, p_2라 할 때, 찬성 비율의 평균 $\frac{p_1 + p_2}{2}$에 대한 90% 신뢰구간은 $(a - 1.645 \times b,\ a + 1.645 \times b)$이다. a, b의 값을 각각 구하시오.

(단, 확률변수 Z가 $N(0, 1)$을 따를 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.645) = 0.45$로 계산한다.) [2점]

5. 다음은 대푯값을 다루는 중학교 수업의 일부이다.

> 교　사 : 선생님이 칠판에 적은 ㉠ 5개의 수는 cm 단위를 빼고서 우리 학교 농구팀 주전 선수 5명의 신장을 적은 것입니다. 이 자료의 대푯값으로 평균이 적합할까요?
> 학생 1 : 여기서는 평균이 대푯값으로 적합하지 않은 것 같은데요.
> 학생 2 : 우리 농구팀 주전 선수들의 구성이 좀 특이해서, 평균 신장이 5명의 신장 자료를 대표하는 것 같지 않아요.
> 교　사 : 그렇다면, 평균 말고 우리 농구팀 주전 선수들의 신장 자료를 대표하는 새로운 값을 생각해 볼까요?
>
> [이후에 농구팀의 신장 자료의 대푯값으로 중앙값 개념을 도입하는 교수・학습을 한다. 그리고 어떤 신발 가게에서 하루 동안 팔렸던 신발 치수의 자료를 다루는데, 중앙값 개념을 도입할 때와 비슷한 방식으로 이 자료를 대표하는 새로운 값을 찾으면서 최빈값 개념을 도입하는 교수・학습을 한다.]
>
> 교　사 : 지금까지 자료의 대푯값으로 평균, 중앙값, 최빈값 개념을 배웠습니다. 이제 선생님이 나누어 준 학습지를 가지고 모둠 활동을 할 것인데요.
> 학생들 : 무슨 활동을 하는데요?
> 교　사 : 생활 주변, 사회 및 자연 현상에서 나온 자료의 특징을 잘 살펴보면서, 어느 대푯값이 어떤 상황 속의 어떤 자료에 대해 유용하게 사용될 수 있는지 토론할 거예요. 그리고 상황과 자료에 따라 대푯값을 구하는 활동도 할 거예요.

밑줄 친 ㉠의 자료는 평균이 대푯값으로 사용되기에 적절하지 않은 사례로서 수업에서 중앙값을 도입하기 위하여 제시된 것이다. 밑줄 친 ㉠의 자료로 적합한 '5명 신장의 예'를 제시하고, 예시한 자료의 특성을 설명하시오.
또한 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호)의 '교수・학습 방법'에서 수학적 문제 해결 능력으로서의 수학적 모델링 능력의 신장을 위해 강조한 사항을 쓰고, 이 강조 사항이 이 수업에서 어떻게 반영되고 있는지를 기술하시오. [4점]

6. 다음은 강 교사와 임 교사가 학기 초에 수학 교과의 평가 방법을 논의하면서 나눈 대화의 일부이다.

> 강 교사 : 이번 학기에는 ㉠ 학생이 일정 기간 동안 시험지, 단순 과제물, 프로젝트 형태의 결과물, 수학 일기 등을 모아 제출하고, 교사가 이 제출물에 기초하여 학생의 학습 내용 이해뿐만 아니라 관련된 교과 역량을 종합적으로 평가하면 좋을 것 같습니다.
> 임 교사 : 네. 학생과 협력하여 목표 영역을 정하고, 장시간에 걸친 학생들의 수학 학습 수행과 그 결과물을 정해진 준거에 따라 평가하고 활용하는 방법이군요.
> 강 교사 : 그렇습니다. 이 평가 방법을 지난 학기에 사용했을 때 학생이 제출한 예시 자료를 보여 드릴게요.
>
> **제목 : ○○○의 위대한 수학 산책**
>
> **1. 목차**
>
> ___학년 ___반 ___번
> 이름 : ○○○
>
> | 주제(평가 내용) | 완성한 날짜 | 비고 |
> |---|---|---|
> | 1. 학년 초 수학 진단평가 | 20△△. 3. 5. | 수업 중 |
> | 2. 다항식 단원의 수학 오답 노트 | 20△△. 4. 15. | 과제 |
> | 3. 함수 단원의 모둠 활동지 모음 | 20△△. 5. 17. | 수업 중 |
> | 4. 컴퓨터로 배우는 수학
: 일차함수의 그래프 그리기 | 20△△. 5. 21. | 수업 중 |
> | 5. 실생활 속의 일차함수 프로젝트 | 20△△. 6. 10. | 과제 |
>
> 임 교사 : ㉡ 협력 학습 상황에서 동료의 역할 수행 정도나 집단 활동에 기여한 정도를 학생들이 서로 평가한 기록지를 제출물에 추가하면 좋겠어요.

밑줄 친 ㉠, ㉡의 평가 방법의 명칭을 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호)의 '평가 방법'에 제시된 용어로 순서대로 쓰시오.
또한 2015 개정 수학과 교육과정의 '평가 원칙'에 제시된 수학과 평가의 목적을 기술하고, 그 목적의 관점에서 밑줄 친 ㉠의 평가 방법이 갖는 장점을 1가지 서술하시오. [4점]

7. 실수 a에 대하여 함수 $u:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$를

$$u(x,y)=x^2-2xy+ay^2+4x-6y$$

라 하자. $a=-1$일 때 적분 $\int_0^{2\pi} u(1+2\cos\theta, 2\sin\theta)\,d\theta$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

또한 $a=2$일 때 $u(x,y)$의 최솟값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

8. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_0=2,\ a_{n+1}=-2(n+1)a_n+3(n+1)!\ \ (n\geq 0)$$

을 만족시킨다. $b_n=\dfrac{a_n}{n!}$ $(n\geq 0)$인 수열 $\{b_n\}$의 생성함수 (generating function) $f(x)$를 풀이 과정과 함께 쓰시오.

또한 수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

9. 실수체 $\mathbb{R}$ 위의 벡터공간 $\mathbb{R}^3$에 대하여 선형변환 $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$을

$$L(x_1,\, x_2,\, x_3) = (x_1 - 2x_2 + x_3,\, x_2 - x_3,\, -x_2 + x_3)$$

으로 정의하고, $\mathbb{R}^3$의 순서 기저(ordered basis) α를

$$\alpha = \{\,(1,1,1),\ (0,1,1),\ (1,0,1)\,\}$$

이라 하자. 순서 기저 α에 대한 L의 행렬 $[L]_\alpha$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한 $[L]_\alpha$가 대각화가능인지 판별하고 그 이유를 쓰시오. [4점]

10. 집합 $K = \left\{ \dfrac{1}{n} \;\middle|\; n\text{은 자연수} \right\}$에 대하여 집합 Ω를

$$\Omega = \{\,(a, b) \mid a,\, b \in \mathbb{R},\, a < b\} \cup \{(a, b) - K \mid a,\, b \in \mathbb{R}, a < b\}$$

라 하고, Ω를 기저로 하는 $\mathbb{R}$ 위의 위상을 $\mathfrak{I}$라 하자. 위상 공간 $(\mathbb{R}, \mathfrak{I})$에서 K의 도집합(derived set, set of accumulation points) K'을 풀이 과정과 함께 쓰시오.
또한 $[0, 1]$이 $(\mathbb{R}, \mathfrak{I})$의 컴팩트(compact, 옹골) 부분집합인지 판별하고 그 이유를 쓰시오. (단, $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$이고 $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$이다.) [4점]

11. 자연수 n에 대하여 함수 $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$를

$$f_n(x) = (nx)^n (1-x)^{n^2}$$

으로 정의하고, f_n의 최댓값을 M_n이라 하자. 거듭제곱 급수(멱급수, power series) $\sum_{n=1}^{\infty} M_n x^n$의 수렴반경(수렴반지름, radius of convergence)을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

또한 함수항 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$가 $[0,1]$에서 고른수렴(평등수렴, 균등수렴, uniform convergence)하는지 판별하고 그 이유를 쓰시오. [4점]

12. K는 유리수체 $\mathbb{Q}$ 위에서 다항식 $x^{13}-1$의 분해체(splitting field)이다. 갈루아군(Galois group) $G(K/\mathbb{Q})$에 대하여 집합 X를

$$X = \{\sigma \in G(K/\mathbb{Q}) \mid K_{\langle\sigma\rangle} = \mathbb{Q}\}$$

라 하자. X의 원소 개수를 구하고 X의 원소 각각에 대하여 $\zeta = e^{\frac{2\pi i}{13}}$의 상(image)을 ζ의 거듭제곱으로 나타내시오.

또한 K의 원소

$$\beta = \zeta + \zeta^3 + \zeta^4 + \zeta^9 + \zeta^{10} + \zeta^{12}$$

의 $\mathbb{Q}$ 위에서의 기약다항식(최소다항식, irreducible polynomial) $\mathrm{irr}(\beta, \mathbb{Q})$를 풀이 과정과 함께 쓰시오.

(단, $K_{\langle\sigma\rangle}$는 σ로 생성되는 순환군(cyclic group) $\langle\sigma\rangle$의 고정체(fixed field)이고, $i = \sqrt{-1}$이다.) [4점]

<수고하셨습니다.>